



Figura 7.19: Exemplo de sistema radial para cálculo de unidades p.u.

7.4.1 Unidades p.u. para sistemas radiais

A Fig. 7.19 ilustra um sistema radial constituído de dois geradores (G_1 e G_2), dois transformadores (T_1 , elevador, e T_2 , abaixador), um motor (M_1), uma carga (C_1) e uma linha de transmissão (L_1). Os parâmetros do sistema (em unidades físicas ou em unidades p.u. em bases dos próprios equipamentos) são listados a seguir. As tensões dadas são tensões de linha (fase-fase), as potências são potências trifásicas e as impedâncias são valores por fase; se os dados originais não estiverem nessa forma, normalmente é conveniente transformá-los para essas unidades antes de iniciar o cálculo dos valores p.u. na base do sistema.

Gerador G_1
 Reatância transitória: $x_{G1} = 10\% = 0,10 \text{ p.u.}$,
 Potência nominal: $S_{G1}^b = 50 \text{ MVA}$,
 Tensão nominal: $V_{G1}^b = 16 \text{ kV}$.

Gerador G_2
 Reatância transitória: $x_{G2} = 10\% = 0,10 \text{ p.u.}$,
 Potência nominal: $S_{G2}^b = 50 \text{ MVA}$,
 Tensão nominal: $V_{G2}^b = 16 \text{ kV}$.

Transformador T_1
 $a_{T1}^b = 13,8Y/138\Delta \text{ kV}$,
 Reatância de dispersão: $x_{T1} = 8\% = 0,08 \text{ p.u.}$,
 Potência nominal: $S_{T1}^b = 120 \text{ MVA}$.

Transformador T_2
 $a_{T2}^b = 138\Delta/13,8Y \text{ kV}$,
 Reatância de dispersão: $x_{T2} = 8\% = 0,08 \text{ p.u.}$,
 Potência nominal: $S_{T2}^b = 100 \text{ MVA}$.

Motor M_1
 Reatância transitória: $x_{M1} = 10\% = 0,10 \text{ p.u.}$,
 Tensão nominal: $V_{M1}^b = 13,8 \text{ kV}$,
 Potência nominal: $S_{M1}^b = 80 \text{ MVA}$.

Carga C_1 : $R_c = 2,00 \Omega$.

Linha de transmissão L_1

$$\text{Reatância: } x_{L_1} = 19,044 \ \Omega$$

Vamos agora passar esses dados para uma base *p.u.* do sistema, arbitrando-se as bases de tensão e de potência da linha de transmissão L_1 ($V_{L_1}^b = 138$ kV e $S_{L_1}^b = 100$ MVA, respectivamente) como sendo as bases para o sistema. Esses valores de base da linha são *exportados* para o resto do sistema através das relações nominais de transformação dos dois transformadores, T_1 e T_2 .

Novas tensões de base

A base da tensão da linha foi arbitrada como base de tensão do sistema ($V_{L_1}^b = 138$ kV). A nova base de tensão do lado dos geradores G_1 e G_2 é determinada a partir desse valor e da relação nominal de transformação do transformador T_1 e é dada por

$$V_{G_1}^{b, sis} = V_{G_2}^{b, sis} = a_{T_1}^b V_{L_1}^b,$$

ou seja,

$$V_{G_1}^{b, sis} = V_{G_2}^{b, sis} = 138 \text{ kV} \frac{13,8 \text{ kV}}{138 \text{ kV}} = 13,8 \text{ kV}.$$

Analogamente, do lado da carga, temos:

$$V_{M_1}^{b, sis} = V_{C_1}^{b, sis} = \frac{V_{L_1}^b}{a_{T_2}^b},$$

ou seja,

$$V_{M_1}^{b, sis} = V_{C_1}^{b, sis} = 138 \text{ kV} \frac{13,8 \text{ kV}}{138 \text{ kV}} = 13,8 \text{ kV}.$$

Novas impedâncias de base

A base da tensão da linha foi arbitrada como base de tensão do sistema ($V_{L_1}^b = 138$ kV). A base de impedância (resistência) na linha é dada por

$$z_{L_1}^b = \frac{(V_{L_1}^b)^2}{S_{L_1}^b} = \frac{(138 \text{ kV})^2}{100 \text{ MVA}} = 190,44 \ \Omega.$$

Note que esta é a própria base de impedância utilizada para expressar a reatância *p.u.* da linha. O mesmo não ocorre com os geradores, como veremos a seguir.

A base original de impedância do transformador T_1 , do lado da alta e que pode ser utilizada para expressar a sua reatância transitória (a base do lado da baixa levaria ao mesmo valor *p.u.*, como sabemos) é

$$z_{T_1}^b = \frac{(V_{T_1}^{b, alta})^2}{S_{T_1}^b} = \frac{(138 \text{ kV})^2}{120 \text{ MVA}} = 158,7 \ \Omega.$$

A base sistêmica de tensão do transformador T_1 , do lado da alta, é a mesma da linha de transmissão T_1 . A base de potência, entretanto, difere, o que exige uma nova base (sistêmica) para expressar a reatância transitória,

$$z_{T_1}^{T_1} = \frac{S_b^{T_1}}{(V_b^{T_1})^2} = \frac{100 \text{ MVA}}{(138 \text{ kV})^2} = 190,44 \ \Omega$$

A base original de impedância dos geradores G_1 e G_2 , na qual o fabricante expressa as suas reatâncias transitórias, é

$$z_b^{G_1} = z_b^{G_2} = \frac{S_b^{G_1}}{(V_b^{G_1})^2} = \frac{S_b^{G_2}}{(V_b^{G_2})^2} = \frac{50 \text{ MVA}}{(16 \text{ kV})^2}$$

Como a base sistêmica de tensão dos geradores G_1 e G_2 (base importada da linha L_1) difere da base original utilizada pelo fabricante no cálculo da reatância transitória, uma nova base deve ser calculada, conforme segue:

$$z_{b,sys}^{G_1} = z_{b,sys}^{G_2} = \frac{S_b^{G_1}}{(V_b^{G_1})^2} = \frac{S_b^{G_2}}{(V_b^{G_2})^2} = \frac{S_b^{L_1}}{(V_b^{L_1})^2} = \frac{100 \text{ MVA}}{(13,8 \text{ kV})^2}$$

A base original de impedância do motor M_1 , na qual o fabricante expressa a sua reatância transitória, é

$$z_b^{M_1} = \frac{S_b^{M_1}}{(V_b^{M_1})^2} = \frac{80 \text{ MVA}}{(13,8 \text{ kV})^2}$$

Como a base sistêmica de tensão do motor M_1 (base importada da linha L_1) difere da base original utilizada pelo fabricante no cálculo da reatância transitória, uma nova base deve ser calculada, conforme segue:

$$z_{b,sys}^{M_1} = \frac{S_b^{M_1}}{(V_b^{M_1})^2} = \frac{100 \text{ MVA}}{(13,8 \text{ kV})^2}$$

A carga C_1 é dada em Ω e, assim sendo, não é necessário fazer conversão, basta calcularmos o valor da nova base, como feito a seguir:

$$z_{b,sys}^{C_1} = \frac{S_b^{L_1}}{(V_b^{C_1})^2} = \frac{100 \text{ MVA}}{(13,8 \text{ kV})^2}$$

que, é claro, é o mesmo valor de base do motor M_1 .

Grandezas em unidades p.u. do sistema

Finalmente, podemos determinar os valores dos parâmetros do sistema nas novas unidades p.u.

Geradores G_1 e G_2

Reatância transitória:

$$x_{G_1}^{G_1} = x_{G_2}^{G_2} = x_{G_1}^{G_1} z_{G_1}^{G_1} = x_{G_1}^{G_1} \frac{z_b^{G_1}}{z_{b,sys}^{G_1}} = x_{G_1}^{G_1} \frac{50 \text{ MVA}}{(16 \text{ kV})^2} \frac{(100 \text{ MVA})^2}{(13,8 \text{ kV})^2} = 0,27 \text{ p.u.}$$

Potência nominal na base do sistema:

$$S_{G_1}^{sis} = S_{G_2}^{sis} = \frac{50 \text{ MVA}}{100 \text{ MVA}} = 0,50 \text{ p.u.}$$

Tensão nominal na base do sistema:

$$V_{G_1}^{sis} = V_{G_2}^{sis} = \frac{16 \text{ kV}}{13,8 \text{ kV}} = 1,16 \text{ p.u.}$$

Transformador T_1

Relação de transformação:

$$a_{T_1}^{sis} = 1,0$$

Reatância de dispersão:

$$x_{T_1}^{sis} = x_{T_1} \frac{z_{T_1}^b}{z_{T_1}^{b, sis}} = x_{T_1} \frac{(138 \text{ kV})^2}{(120 \text{ MVA})} \frac{(100 \text{ MVA})}{(138 \text{ kV})^2} = 0,067 \text{ p.u.}$$

Potência nominal:

$$S_{T_1}^b = \frac{120 \text{ MVA}}{100 \text{ MVA}} = 1,20 \text{ p.u.}$$

Transformador T_2

Relação de transformação:

$$a_{T_2}^{sis} = 1,0$$

Reatância de dispersão:

$$x_{T_2}^{sis} = x_{T_2} \frac{z_{T_2}^b}{z_{T_2}^{b, sis}} = x_{T_2} \frac{(138 \text{ kV})^2}{(100 \text{ MVA})} \frac{(100 \text{ MVA})}{(138 \text{ kV})^2} = 0,08 \text{ p.u.}$$

Potência nominal:

$$S_{T_1}^b = \frac{100 \text{ MVA}}{100 \text{ MVA}} = 1,00 \text{ p.u.}$$

Motor M_1

Reatância transitória:

$$x_{M_1}^{sis} = x_{M_1} \frac{z_{M_1}^b}{z_{M_1}^{b, sis}} = x_{M_1} \frac{(13,8 \text{ kV})^2}{80 \text{ MVA}} \frac{(100 \text{ MVA})}{(13,8 \text{ kV})^2} = 0,10 \times 0,833$$

$$x_{M_1}^{sis} = 0,0833 \text{ p.u.}$$

Potência nominal:

$$S_{M1}^{sis} = \frac{80 \text{ MVA}}{100 \text{ MVA}} = 0,80 \text{ p.u.}$$

Tensão nominal:

$$V_{M1}^{sis} = \frac{13,8 \text{ kV}}{13,8 \text{ kV}} = 1,00 \text{ p.u.}$$

Carga C_1 : $R_c = 2,00 \Omega$

Resistência de carga:

$$r_{C1}^{sis} = \frac{r_{C1}^{z_{b,sis}}}{100 \text{ MVA}} = r_{C1} (13,8 \text{ kV})^2 = 1,05 \text{ p.u.}$$

Linha de transmissão L_1 :

Reatância:

$$x_{L1} = 10\% = 0,10 \text{ p.u.}$$

Potência nominal:

$$S_{L1}^{sis} = \frac{S_b^{L1}}{S_b^{L1}} = 1,00 \text{ p.u.}$$

Tensão nominal:

$$V_{L1}^{sis} = \frac{V_b^{L1}}{V_b^{L1}} = 1,00 \text{ p.u.}$$

7.4.2 Unidades p.u. para sistemas malhados

As Figs. 7.20, 7.21 e 7.22 mostram variantes de um mesmo sistema cujos dados estão listados a seguir. (As situações envolvendo transformadores $Y-\Delta$ mostrados aqui são de certa forma artificiais e foram divididas com o objetivo de ilustrar as dificuldades de se definir o sistema p.u. para sistemas malhados.) A variante da Fig. 7.20 mostra um sistema radial cujo cálculo dos parâmetros p.u. segue os mesmos passos do exemplo estudado no item precedente: tomam-se a tensão nominal e a potência nominal de uma das linhas como base para o sistema como um todo e *exportam-se* essas bases para o resto do sistema utilizando-se, quando necessário, as relações nominais de transformação dos transformadores. A variante da Fig. 7.22, apesar de ser malhada, também pode ser tratada da mesma forma, ou seja, como no caso radial. A novidade, e também a dificuldade adicional, está no caso ilustrado na Fig. 7.21: aqui a malha se fecha através dos transformadores. Este caso então será discutido em detalhes no que segue.