TE238 - Modelagem, análise e simulação de sistemas dinâmicos II

DELT-UFPR - 2012.2

Professor: Roman Kuiava, Prof. Dr.

Atividade 3

---

(1). Considere um sistema descrito na forma:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + as + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + bs + b_0}, \tag{1}$$

em que $n \geq m$ e $a_0, b_0 \neq 0$. Elabore uma rotina em MATLAB para obter o tempo de subida, o tempo de pico, o máximo sobressinal e o tempo de acomodação da resposta ao degrau unitário deste sistema.

(2). Considere o circuito elétrico da Figura 1. Assuma $R_2 = 500\Omega$, $L = 10H$ e $C = 950\mu F$. Calcule a função de transferência $V(s)/U(s)$ e ajuste R_1 de tal maneira que $t_s \leq 1$s e $\%SP \leq 15\%$. Comprove o resultado a partir da rotina elaborada no Exercicio 1, apresentando os valores encontrados para t_s e $\%SP$.

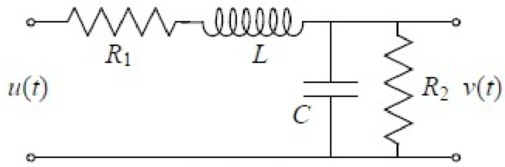

Figure 1. Circuito elétrico.

(3). A Figura 2 mostra o modelo de um motor de corrente contínua (motor CC) com o qual se deseja movimentar uma carga com momento de inércia J_c através de um eixo com coeficiente de atrito viscoso torcional b. O rotor tem momento de inércia J_m. A carga é movimentada através de duas engrenagens com raios r_m e r_c, respectivamente. O rotor, constituído por um conjunto de espiras, é modelado por um circuito RL série alimentado pela tensão externa $V(t)$. A resistência R é igual à $R_0 + R_{ajust}$ em que R_0 representa a resistência interna do próprio enrolamento e R_{ajust} **é uma resistência ajustável que permite modificar o desempenho transitório do motor**. A tensão aplicada ao enrolamento de armadura é $E(t) = K_1 V(t)$, sendo K_1 o ganho do amplificador. **O ajuste do ganho K_1 permite alterar o valor da velocidade do rotor em regime permanente**. O seguinte modelo matemático rege o comportamento dinâmico do rotor:

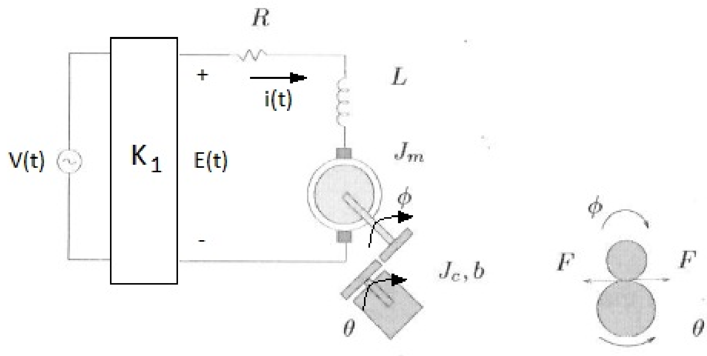

Figure 2. Motor de Corrente Contínua.

Parte elétrica: O circuito RL série fornece:

$$L\frac{d}{dt}i(t) + Ri(t) = K_1 V(t) - K_2 \frac{d}{dt}\phi(t), \tag{2}$$

onde se nota o acoplamento através da velocidade angular do rotor pelo termo $K_2 \frac{d}{dt}\phi(t)$, o qual consiste na tensão resultante no entreferro da máquina.

Parte mecânica: O motor gera um torque total $T_{tot} = K_2 i(t)$, que é transferido à carga através do rotor. Portanto, obtemos as equações:

$$J_m \frac{d^2}{dt^2}\phi(t) + F_{r_m} = T_{tot}, \quad J_c \frac{d^2}{dt^2}\theta(t) + b\frac{d}{dt}\theta(t) = F_{r_c}, \tag{3}$$

as quais, levando em conta as relações algébricas $r_m\phi(t) = r_c\theta(t)$ e $c = r_c/r_m$, e mais a condição de equilíbrio $F_{r_c} = cF_{r_m}$ permitem determinar o deslocamento angular da carga na forma

$$(J_c + c^2 J_m)\frac{d^2}{dt^2}\theta(t) + b\frac{d}{dt}\theta(t) = cK_2 i(t), \tag{4}$$

onde se nota o acoplamento através da corrente elétrica que circula no rotor. Levando em consideração na equação (2) a relação $\phi(t) = c\theta(t)$, podemos reescrevê-la como:

$$L\frac{d}{dt}i(t) + Ri(t) = K_1 V(t) - cK_2\frac{d}{dt}\theta(t), \tag{5}$$

As equações (4) e (5) definem, portanto, o modelo matemático do sistema em estudo no domínio do tempo t, sendo que, a variável de entrada é a tensão $V(t)$ e a variável de saída é a velocidade angular $w(t) = \frac{d}{dt}\theta(t)$.

Sob condições iniciais nulas e aplicando a transformada de Laplace em (4) e (5), obtém-se:

$$(Ls + R)I(s) + cK_2 W(s) = K_1 V(s), \tag{6}$$
$$((J_c + c^2 J_m)s + b)W(s) = cK_2 I(s), \tag{7}$$

onde $W(s)$ e $I(s)$ são as transformadas de Laplace de $w(t)$ e $i(t)$, respectivamente. Além do mais, para a obtenção das equações (6)-(7) foi utilizada a relação $W(s) = s\Theta(s)$, sendo $\Theta(s)$ a transformada de Laplace de $\theta(t)$. Substituindo na segunda equação a transformada de Laplace da corrente fornecida pela primeira equação, obtemos a função de transferência $G(s)$ entre a tensão de entrada $V(s)$ e a velocidade angular da carga $W(s)$, ou seja, $W(s) = G(s)V(s)$, na forma

$$G(s) = \frac{cK_1K_2}{((J_c + c^2 J_m)s + b)(Ls + R) + c^2 K_2^2}. \tag{8}$$

Para a resolução do exercício, considere os seguintes valores para alguns dos parâmetros do sistema em estudo: $c = 1$, $L = 0.3H$, $R_0 = 0.1\Omega$, $b = 6$Nm.seg/rad, $J = J_c + J_m = 2\text{Kgm}^2$ e $K_2 = 3$. Considere também uma tensão de entrada V igual à 127V.

O objetivo é fazer com que a carga se movimente com uma velocidade angular constante pré-estabelecida em 60rad/s e o período transitório apresente um desempenho satisfatório dado por $t_s \leq 1.5$s, $t_p \leq 1$s e $\%SP \leq 10\%$ quando aplicada a tensão de entrada V na forma de um degrau. Ajuste o ganho K_1 do amplificador e a resistência R_{ajust} de modo que os critérios desejados sejam satisfeitos.