

Considere o problema de valor inicial dado pela EDO $\dot{y}(t) = 1 - t + 4y(t)$ e pela condição inicial $y(0) = 1$. A solução exata (analítica) é $\phi(t) = \frac{1}{4}t - \frac{3}{16} + \frac{19}{16}e^{4t}$. Pede-se:

(a) Resolva numericamente o problema de valor inicial pelos Métodos de Euler, Euler Aprimorado (Melhorado) e Runge-Kutta de 4a Ordem considerando os tamanhos de passos $h = 0,05$, $h = 0,025$, $h = 0,01$ e $h = 0,001$ para um intervalo de tempo de 2s. Apresente os gráficos da solução numérica e as rotinas computacionais elaboradas em Matlab.

(b) Compare os resultados numéricos obtidos no item (a) com a solução analítica $\phi(t)$ do problema de valor inicial. Para cada valor de tamanho de passo de integração apresente em uma mesma figura o gráfico da solução exata e o gráfico da solução numérica obtida por cada um dos métodos de integração numérica.

(c) Para cada valor de tamanho de passo, calcule o valor do erro absoluto acumulativo ($erro = \sum_{k=1}^{np} |y_k - \phi_k|$, sendo y_k e ϕ_k os valores das soluções numérica e exata no instante t_k , respectivamente) obtido por cada método.

(d) Para cada valor de tamanho de passo, calcule o erro relativo obtido por cada método nos instantes de tempo 0.1s, 0.5s, 1.2s, 1.5s e 1.8s.