UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Engenharia Elétrica

TE 339 – Sistemas Elétricos de Potência I

Despacho Econômico da Geração

Prof. Mateus Duarte Teixeira

Introdução

- Despacho econômico de cargas é o estudo do uso ótimo das unidades geradoras do sistema elétrico
- O objetivo do estudo de despacho econômico de carga é a minimização do custo de produção da energia elétrica, satisfazendo as condições de operação do sistema
  - do estudo resultam as potências de saída de cada unidade geradora

Introdução

- Ou seja, para qualquer condição de carga, requer que a contribuição de cada unidade geradora seja determinado que o custo da potência fornecida seja “mínimo”.
- Despacho econômico: Estabelecer metas de geração de cada unidade de modo que o custo seja mínimo.

Introdução

- Desafio:
  - Custo térmica;
  - Custo Nuclear;
  - Custo hidrelétrica;
  - Custo renováveis.

Sistemas de Geração

- Sistemas de geração de energia elétrica utilizam unidades geradoras com diferentes fontes de energia (Hidraulica, combustível nuclear, combustível fóssil, eólico, solar, etc)
- Caracterizado pelo custo variável de operação de cada unidade poder ser expresso em função da potência de saída.

Despacho econômico

- O custo total de operação do sistema é definido como uma função objetivo (F.O) igual a soma dos custos individuais de produção de cada unidade.

$$F_T = F_1 + F_2 + \dots + F_N = \sum_{i=1}^{N} F_i(P_i) \qquad (1)$$

Onde :

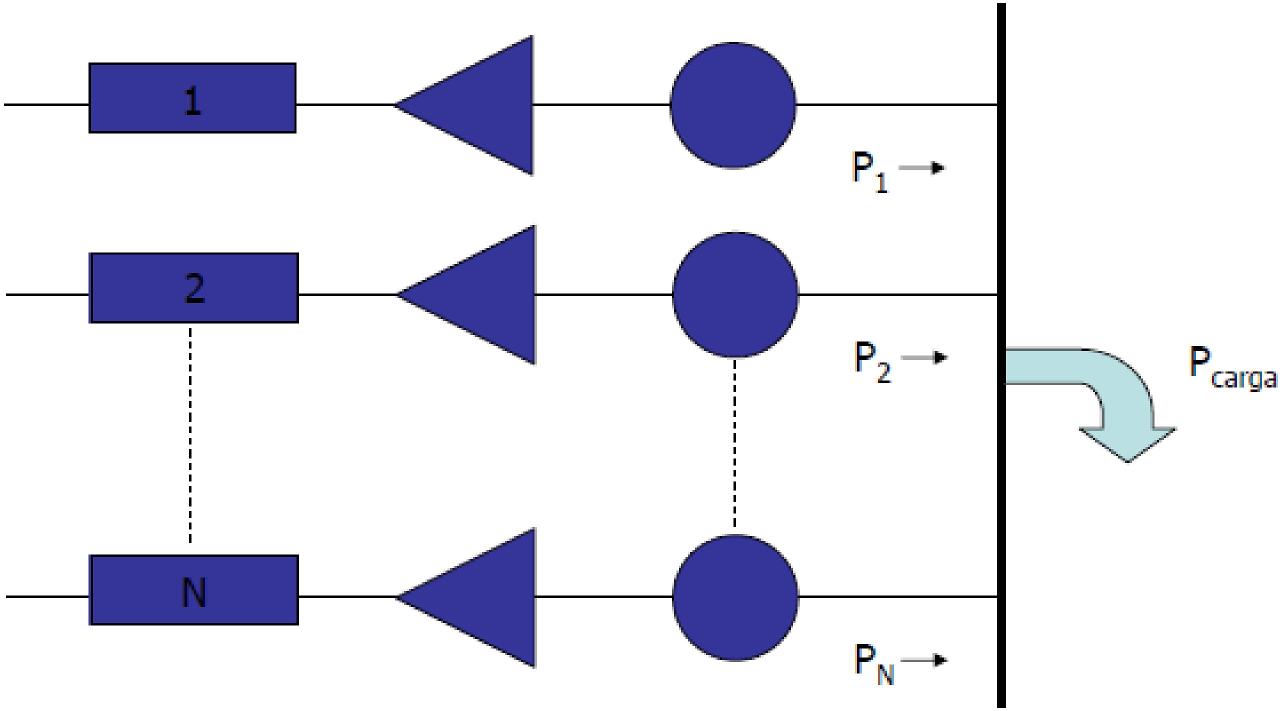
$F_i \Rightarrow$ Custo de Operação da Unidade i.

$P_i \Rightarrow$ Potência Elétrica gerada pela Unidade i.

- O objetivo do estudo é minimizar a F.O (1), sujeita a restrição de que a carga deve ser atendida.

Despacho econômico

- Considere uma configuração onde “n” unidades geradoras estão conectadas a um barramento que atende uma carga.



Despacho econômico

- Considere o Sistema Elétrico da Figura 1 sem perdas. A formulação da restrição de atendimento da carga pode ser equacionada como:

$$\phi = 0 = P_{\text{carga}} - \sum_{i=1}^{N} P_i \qquad (2)$$

Onde :

$P_{\text{carga}} \Rightarrow$ Potência demandada pela Carga

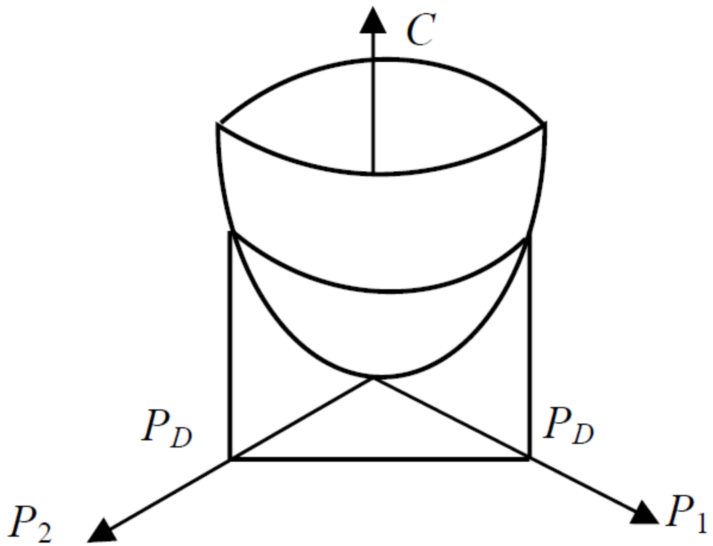
- Desprezando os limites operacionais das unidades geradoras as equações (1) e (2) formulam matematicamente o problema de Despacho Econômico.

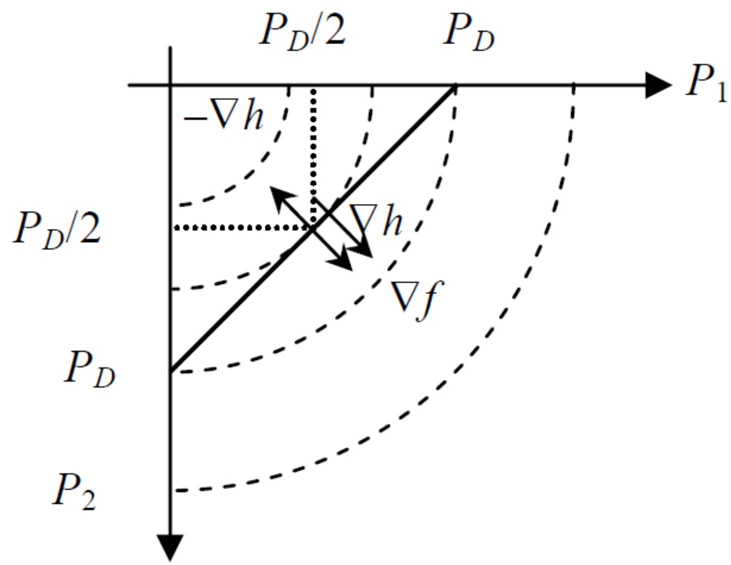
Despacho Ótimo de Geração

- Otimização é o processo matemático de encontrar condições que proporcionem o mínimo ou o máximo de uma função.

  - Como formular um problema de otimização?
  - Como formular a otimização do custo de geração (despacho econômico)?
  - Condições de otimalidade para resolução do problema de despacho econômico (na verdade para qualquer problema de otimização).

Despacho Ótimo de Geração





No ponto ótimo (mínimo) a curva de nível da função objetivo é tangente à curva da função restrição.

No ponto ótimo o gradiente da função objetivo ∇f está alinhado com a função restrição ∇h (mesma direção), logo são linearmente dependentes, logo $\nabla f - \lambda \times \nabla h = 0$, que é a expressão que rege o processo de otimização. λ é conhecido como multiplicador de Lagrange.

https://pt.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/multivariable-derivatives/partial-derivative-and-gradient-articles/a/the-gradient

Despacho Ótimo de Geração

- O Problema pode ser
  - SEM RESTRIÇÃO (irrestrita)
  - COM RESTRIÇÕES

- OTIMIZAÇÃO IRRESTRITA
  - Encontre o mínimo da função:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

- Aplicando o conceito obtido de cálculo I, condição para ponto de mínimo:

Despacho Ótimo de Geração

- Aplicando o conceito obtido de cálculo I, condição para ponto de mínimo:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1, \ldots, n$$

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right)$$

$$\nabla f = 0$$

- Exemplo:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + x_1 x_2 + x_2 x_3 - 8x_1 - 16x_2 - 32x_3 + 110$$

Despacho Ótimo de Geração

- Funções com restrição:
  - Formulação de um problema de otimização

$$
\begin{aligned}
&\text{Minimizar } f(\underline{x}) \\
&\text{Sujeito a } \underline{h}(\underline{x}) = 0 \\
&\qquad\qquad\quad \underline{g}(\underline{x}) \leq 0 \\
&\qquad\qquad\quad \underline{x} \in \Omega
\end{aligned}
$$

  - Encontrar (x_1, x_2,...X_n) tal que:
  - As restrições impostas sejam satisfeitas
  - Atinjam os valor mínimo ou máximo da função objetivo.

Despacho Ótimo de Geração

- Para um caso de um sistema elétrico com dois geradores alimentando uma carga P_L, temos:

$$F_T(P_1, P_2) = F_1(P_1) + F_2(P_2)$$

- O balanço de potência entre geração e carga impõe a seguinte restrição de igualdade:

$$P_L - P_1 - P_2 = 0$$

- e ambas as unidades geradoras estão sujeitas a seus limites mínimo e máximo de geração, isto é:

$$\begin{array}{ccccc} \underline{P}_1 & \leq & P_1 & \leq & \bar{P}_1 \\ \underline{P}_2 & \leq & P_2 & \leq & \bar{P}_2 \end{array}$$

Despacho Ótimo de Geração

- O despacho econômico para este sistema pode então ser formulado como o seguinte problema de otimização com restrições:

$$
\begin{array}{ll}
\min & F_T(P_1, P_2) = F_1(P_1) + F_2(P_2) \\
\text{s.a.} & \\
& \begin{array}{rcl}
P_L - P_1 - P_2 & = & 0 \\
P_1 - \bar{P}_1 & \leq & 0 \\
-P_1 + \underline{P}_1 & \leq & 0 \\
P_2 - \bar{P}_2 & \leq & 0 \\
-P_2 + \underline{P}_2 & \leq & 0
\end{array}
\end{array}
$$

Despacho Ótimo de Geração

- A solução do problema de despacho econômico considerando as restrições envolve a função de Lagrange:

$$L = F + \lambda\phi$$

Onde :

L $\Rightarrow$ Função de Lagrange

$\lambda \Rightarrow$ Multiplicador de Lagrange

- As condições necessárias para se obter um valor extremo da função objetivo resultam quando se toma a primeira derivada da L com respeito a cada variável independente e igualam-se as derivadas a zero.
- Neste caso, o sistema tem N+1 variáveis (N valores de Pi , um valor de λ).

Despacho Ótimo de Geração

- Derivando-se a Função de Lagrange em relação as variáveis independentes, resulta:

$$\nabla f \ - \ \lambda \nabla h = 0$$

- Onde
  - f – função que se quer conhecer os mínimos
  - h – função restrição

Minimizar $f(\underline{x})$

Sujeito a $\underline{h}(\underline{x}) = 0$

$\underline{g}(\underline{x}) \leq 0$

$\underline{x} \in \Omega$

Despacho Ótimo de Geração

- A condição necessária para a existência de um custo mínimo de operação para um sistema termoelétrico, por exemplo, é que o custo incremental de todas as unidades geradoras deve ser igual a um valor determinado λ.
- Para o estudo da operação real do sistema de potência deve-se incorporar à eq. (4) a restrição do balanço de potência (a soma das potências de cada unidade deve ser igual a potência demandada pela carga).

Despacho Ótimo de Geração

- Exemplo:

Minimizar o custo de operação das máquinas P_1 e P_2, sujeito às seguintes restrições:

$$Min(f) = C(P_1, P_2) = C(P_1) + C(P_2)$$

Sujeito a

$$P_1 + P_2 = P_L$$

$$P_1 + P_2 - P_L = 0$$

Despacho Ótimo de Geração

- Exercício 2:

Considere dois geradores que juntos atendem uma carga de 500 MW. Determine o custo mínimo de Geração, sendo que cada gerador possuem as seguintes funções de custo:

$$C_1 = 400 + 7P_1 + 0{,}002P_1^2 \quad (\$/\mathrm{h})$$
$$C_2 = 400 + 8P_2 + 0{,}003P_2^2 \quad (\$/\mathrm{h})$$

Despacho Ótimo de Geração

- Exercício 3:

Considere que um sistema de potência é alimentado por três unidades geradoras térmicas, cujas funções de taxa de calor H e limites de geração são dados na Tabela 1. O combustível para a unidade 1 é carvão, enquanto que as unidades 2 e 3 são a óleo. Sabendo-se que os preços destes combustíveis são:

$$f_{carvão} = 1,10\ \$/MBtu \ \ e \ \ f_{óleo} = 1,00\ \$/MBtu$$

e que a carga a ser alimentada é PL = 850 MW, determine o despacho econômico das três unidades.

Despacho Ótimo de Geração

- Exercício 3:

Tabela 1 - Dados das unidades geradoras

Unidade 1:	$\underline{P}_1 = 150\ MW$	$\overline{P}_1 = 600\ MW$
(carvão)	$H_1(P_1) = 510 + 7,2\,P_1 + 0,00142\,P_1^2$	
Unidade 2:	$\underline{P}_2 = 100\ MW$	$\overline{P}_2 = 400\ MW$
(óleo)	$H_2(P_2) = 310 + 7,85\,P_2 + 0,00194\,P_2^2$	
Unidade 3:	$\underline{P}_3 = 50\ MW$	$\overline{P}_3 = 200\ MW$
(óleo)	$H_3(P_3) = 78 + 7,97\,P_3 + 0,00482\,P_3^2$	

Despacho Ótimo de Geração

- Considerando que a potência do gerador é igual ao limite superior ou ao limite inferior, temos a seguinte condição:

$$
\begin{array}{lcl}
\text{Se } P_i^* < \bar{P}_i \text{ e } P_i^* > \underline{P}_i & \Longrightarrow & F_i'(P_i^*) = \lambda \\
\text{Se } P_i^* = \bar{P}_i & \Longrightarrow & F_i'(P_i^*) < \lambda \\
\text{Se } P_i^* = \underline{P}_i & \Longrightarrow & F_i'(P_i^*) > \lambda
\end{array}
$$

Despacho Ótimo de Geração

- Exercício 4:

Reconsideremos o Exemplo 2, supondo agora que o limite de geração de cada unidade é de 300 MW?

Despacho Ótimo de Geração

- Exercício 5:

Reconsideremos o Exemplo 3, supondo agora que o preço do carvão foi reduzido para 0,90$/MW, como isto afetará o despacho ótimo das três unidades?