

## 4 Análise de Fourier no Tempo Discreto

Aula 15 - Capítulo 4: páginas 7 e 8

### 4.3 Exercício Resolvido

Usando o par transformado

$$\delta[n] \leftrightarrow 1$$

calcule a transformada de Fourier do sinal

$$y[n] = u[-n]$$

- Passo 1: Propriedade da acumulação (cap4/pag7)

$$\sum_{\ell=-\infty}^n x[\ell] \leftrightarrow \frac{X(\omega)}{1 - e^{-j\omega}} + \pi X(0) \delta(\omega)$$

A operação de acumulação no tempo discreto é equivalente à operação de integração no tempo contínuo. O resultado da acumulação é a soma das amostras até o instante  $n$ , logo

$$\begin{aligned} \sum_{\ell=-\infty}^n \delta[\ell] &= \sum_{\ell=-\infty}^n 0 = 0 \quad \text{para } n < 0 \\ \sum_{\ell=-\infty}^n \delta[\ell] &= \sum_{\ell=-\infty}^{-1} 0 + 1 = 1 \quad \text{para } n = 0 \\ \sum_{\ell=-\infty}^n \delta[\ell] &= \sum_{\ell=-\infty}^{-1} 0 + 1 + \sum_{\ell=1}^n 0 = 1 \quad \text{para } n > 0 \end{aligned}$$

sendo que o resultado acima coincide com a definição do degrau discreto (cap3/pag5)

$$\sum_{\ell=-\infty}^n \delta[\ell] = u[n] = \begin{cases} 0 & , \quad n < 0 \\ 1 & , \quad n \geq 0 \end{cases}$$

Aplicando a propriedade da acumulação tem-se

$$u[n] = \sum_{\ell=-\infty}^n \delta[\ell] \leftrightarrow U(\omega) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega}} + \pi \cdot 1 \cdot \delta(\omega)$$

- Passo 2: Propriedade da reversão (cap4/pag7).

A propriedade da reversão é

$$x[-n] \leftrightarrow X(-\omega)$$

logo

$$y[n] = u[-n] \leftrightarrow Y(\omega) = U(-\omega) = \frac{1}{1 - e^{j\omega}} + \pi \cdot 1 \cdot \delta(-\omega)$$

Como o impulso é uma função par vale

$$\delta(-\omega) = \delta(\omega)$$

portanto

$$y[n] = u[-n] \leftrightarrow Y(\omega) = \frac{1}{1 - e^{j\omega}} + \pi \cdot \delta(\omega)$$

#### 4.4 Exercício Proposto

Usando o par transformado

$$\delta[n] \leftrightarrow 1$$

calcule a transformada de Fourier do sinal

$$y[n] = n.(u[n+1] - u[n-2])$$

▷ Dica: Para simplificar, lembre da propriedade do produto por impulso (cap1/pag13).