1 aula

3 Sinais de Tempo Discreto

3.1 Amostragem

Os sinais de tempo discreto são sequências numéricas ordenadas que são oriundas da amostragem de sinais de tempo contínuo a intervalos regulares de tempo T.

A possibilidade da regeneração do sinal de tempo contínuo a partir das sequência de amostras foi comprovada pelos estudos de Nyquist e Shannon sendo formalizada no teorema da amostragem.

a) teorema da amostragem.

Considere os pares transformados

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} T.\delta(t-nT) \leftrightarrow \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f-\frac{m}{T}\right)$$

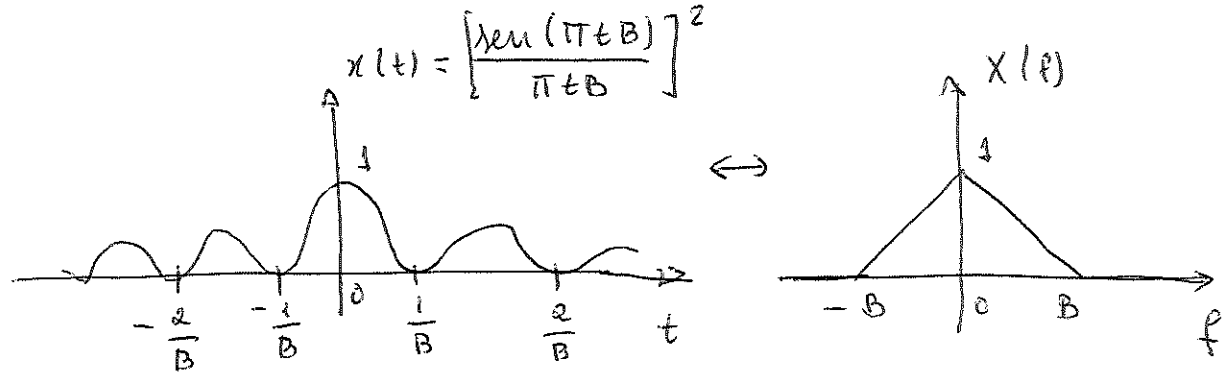
$$x(t) \leftrightarrow X(f)$$

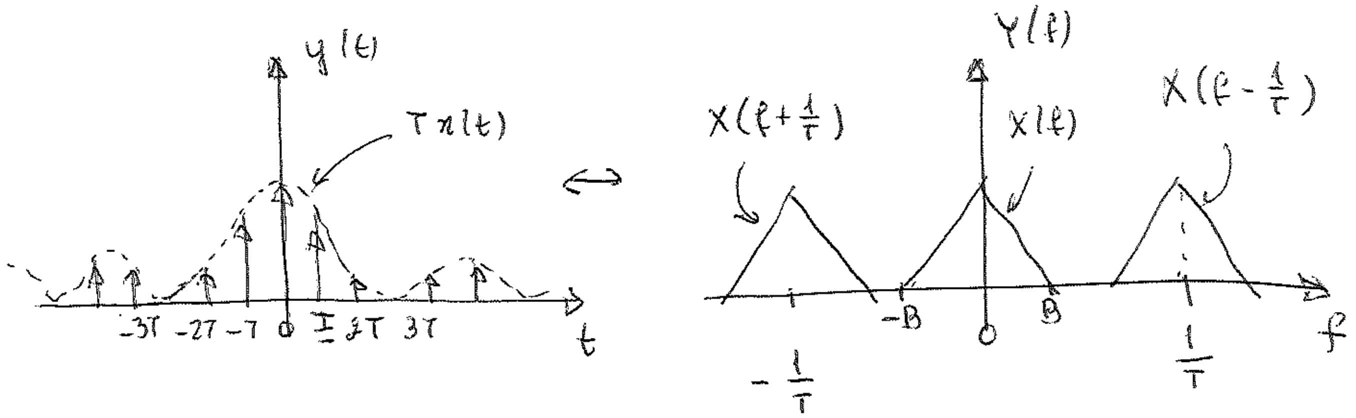
e ~~seu~~ o produto no domínio do tempo

$$y(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} T\delta(t-nT) \leftrightarrow X(f) * \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f-\frac{m}{T}\right) = Y(f)$$

que pode ser reescrito como

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot T\,\delta(t-nT) \Leftrightarrow \sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{m}{T}\right) = Y(f)$$





A análise no domínio da frequência deixa claro que $x(t) = \lim_{T \to 0} y(t) \Leftrightarrow X(f) = \lim_{T\to 0} Y(f)$, mas se o sinal $x(t)$ tiver uma largura de banda B finita, então a informação original é preservada no sinal $y(t)$ mesmo para $T > 0$, desde que seja respeitada a condição $\frac{1}{T} > 2B$, denominada critério de Nyquist.

b) sinal de tempo discreto. n

O sinal de tempo discreto $x[n]$ é formado pelo conjunto das amostras $x(nT)$ ordenadas segundo n crescente que resulta na sequência numérica

$$x[n] = x(nT)$$

O valor T é denominado intervalo de amostragem e seu inverso $\frac{1}{T}$ é denominado taxa de amostragem.

c) regeneração.

Se o critério de Nyquist $\frac{1}{T} > 2B$ foi respeitado no processo de amostragem, então é possível reconstruir o sinal $x(t)$ original a partir das amostras $x[n]$ conforme

$$x(t) = \frac{1}{T} \frac{\operatorname{sen}(\pi t / T)}{\pi t / T} * \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \,.\, T \, \delta(t - nT)$$

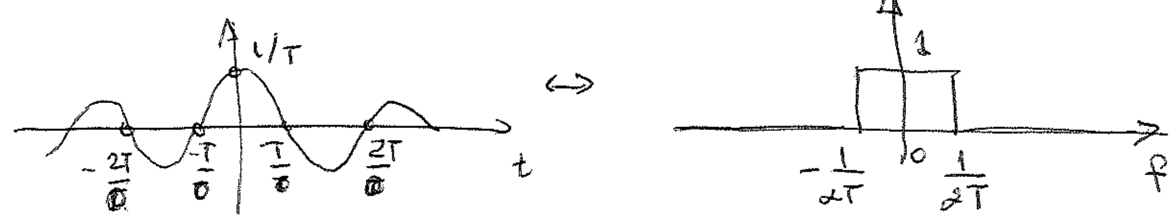
$$\Updownarrow$$

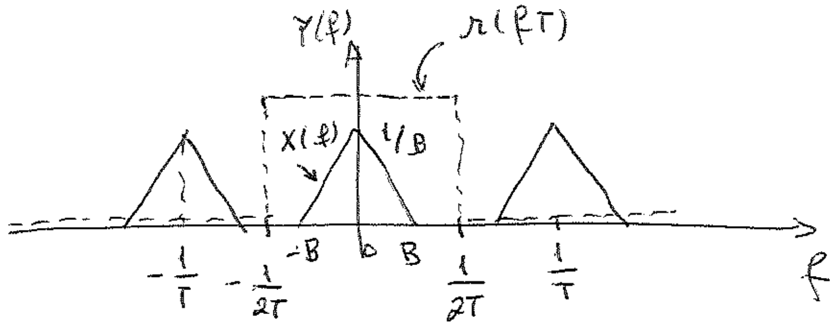
$$X(f) = r(fT) \,.\, \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

O par transformado

$$\frac{1}{T}\,\frac{\operatorname{sen}(\pi t/T)}{\pi t/T} \Leftrightarrow r(fT)$$

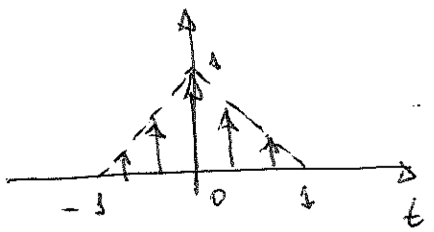
representa um filtro passa-baixas ideal com frequência de corte $\frac{1}{2T}$.

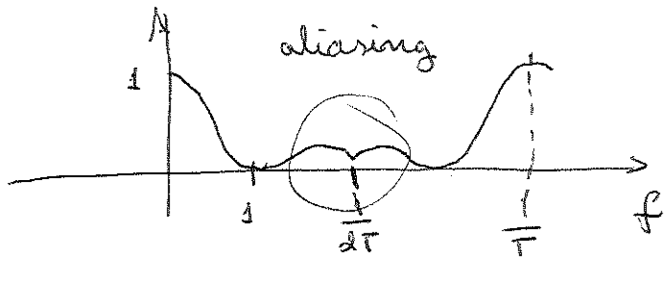




d) aliasing

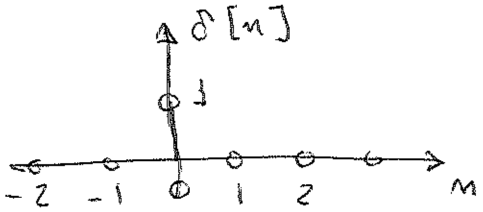
No caso da amostragem de sinais de tempo contínuo com largura de banda infinita, ocorre o fenômeno denominado aliasing que consiste na superposição da transformada de Fourier original com suas réplicas deslocadas em frequência.





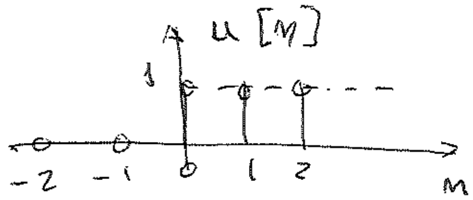
3.2. Sinais Básicos

a) impulso $\delta[n]$



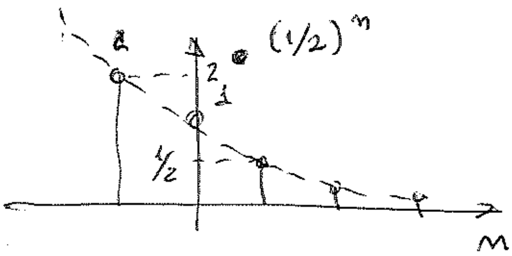
$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

b) degrau $u[n]$

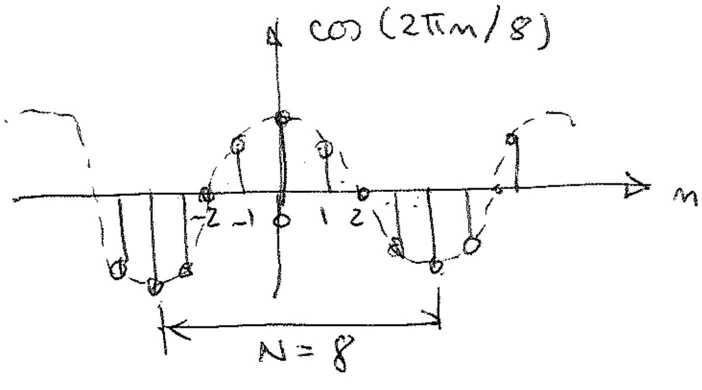


$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

c) exponencial k^n

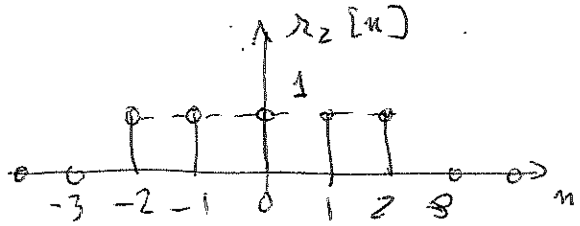


d) cossenoide $\cos(2\pi n/N)$, N é inteiro

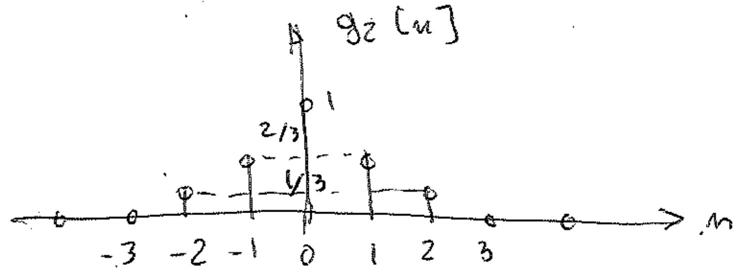


e) janela retangular $r_N[n]$

$$r_N[n] = \begin{cases} 1, & |n| \leq N \\ 0, & |n| > N \end{cases}$$



f) janela triangular $g_N[n]$



$$g_N[n] = \begin{cases} 1 - |n|/(N+1) & , |n| \leq N \\ 0 & , |n| > N \end{cases}$$